Georg Quaas

Klein's „Interwar Model 1" in Gleichungen

Version: Oktober 2005

Das Klein-Modell umfasst 3 Verhaltensgleichungen und – je nach Darstellung – 3 bis 4 Definitionsgleichungen.

Die Verhaltensgleichungen

Intriligator gibt die Verhaltensgleichungen wie folgt an:[1]

(I 1) $C = a_0 + a_1\Pi + a_2\Pi_{-1} + a_3W + \zeta_1$
(I 2) $I = b_0 + b_1\Pi + b_2\Pi_{-1} + b_3K_{-1} + \zeta_2$
(I 3) $W_P = c_0 + c_1E + c_2E_{-1} + c_3A_t + \zeta_3$

Das Klein-Modell ist eines der Standardbeispiele im LISREL-Handbuch, und wird dort wie folgt formuliert:[2]

(L V1) $C_t = a_1P_t + a_2P_{t-1} + a_3W_t + \zeta_1$
(L V2) $I_t = b_1P_t + b_2P_{t-1} + b_3K_{t-1} + \zeta_2$
(L V3) $W_t^* = c_1E_t + c_2E_{t-1} + c_3A_t + \zeta_3$

Die absoluten Koeffizienten (Intercepts) sind im LISREL-HB weggelassen worden, weil sich die Parameter, die aufgrund von Rohdaten bestimmt werden, nicht von denen unterscheiden, die aufgrund von in Abweichungen vom Mittelwert gemessenen Daten berechnet werden.

Im Anhang findet man einen Vergleich der von Intriligator und der im LISREL-Handbuch verwendeten Symbolik.

Gesamtdarstellung in Matrix-Schreibweise

Das Gleichungssystem des „Interwar Model 1" lautet in der Notation des LISREL-Handbuchs:

(L V 1) $C_t = a_0 + a_1P_t + a_2P_{t-1} + a_3W_t + \zeta_1$
(L V 2) $I_t = b_0 + b_1P_t + b_2P_{t-1} + b_3K_{t-1} + \zeta_2$

[1] Michael D. Intriligator: Econometric Models, Techniques, and Applications. London 1978. S.432 ff.
[2] Karl Jöreskog / Dag Sörbom: LISREL 8. User's Reference Guide. Lincolnwood 2001. S. 164 ff.

(L V 3) $W_t^* = c_0 + c_1 E_t + c_2 E_{t-1} + c_3 A_t + \zeta_3$
(L I 1) $P_t = Y_t - W_t$
(L I 2) $Y_t = C_t + I_t + G_t - T_t$
(L I 3) $K_t = K_{t-1} + I_t$
(L I 4) $W_t = W_t^* + W_t^{**}$
(L I 5) $E_t = Y_t + T_t - W_t^{**}$

Dabei sind die absoluten Glieder hinzugefügt worden. Bei der Anwendung auf einen alternativen Datensatz ist – wie anderweitig begründet wird – G als Staatskonsum, so wie er heute definiert wird, zu interpretieren.

Der Anordnung der Gleichungen entsprechend lassen sich die endogenen Variablen wie ordnen und in einen Zeilenvektor schreiben:

$$y^T = \begin{bmatrix} C_t & I_t & W_t^* & P_t & Y_t & K_t & W_t & E_t \end{bmatrix}$$

Die Reihenfolge entspricht der im LISREL-Handbuch. Die exogenen und die zeitverzögert endogenen Variablen bilden die Gruppe der sogenannten „prädeterminierten" (x-) Variablen des Modells:

$$x^T = \begin{bmatrix} W_t^{**} & T_t & G_t & A_t & P_{t-1} & K_{t-1} & E_{t-1} \end{bmatrix}$$

Mit Hilfe der Matrixschreibweise kann man die obigen Gleichungen als ein LISREL-Strukturgleichungssystem für direkt beobachtete Variablen notieren:

$$y = \alpha + By + \Gamma x + \zeta \ ,$$

das zugleich die „structural form" des Regressionsmodells von L. Klein darstellt. Die Matrizen haben folgende Gestalt:

$$B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & a_1 & 0 & 0 & a_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & b_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c_1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

und

$$\Gamma = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & a_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & b_2 & b_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_3 & 0 & 0 & c_2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Die Koeffizienten vermitteln einen entweder statistischen oder analytischen Zusammenhang zwischen den Modellvariablen. Man beachte, dass in der Interpretation des LISREL-Ansatzes als Test für Kausalzusammenhänge auch jede Null in diesen Matrizen eine Hypothese darstellt. Sie besagt, dass zwischen der endogenen Variablen der entsprechenden Zeile und der Variablen im „Spaltenkopf“ *kein* kausaler Zusammenhang existiert, auch wenn die Korrelation zwischen beiden ungleich Null sein sollte.

Von der Strukturform des Gleichungssystems gelangt man zur reduzierten Form, wenn die Determinante von $(I-B)$ ungleich Null ist. Im vorliegenden Fall rechnet man leicht nach, dass

$$Det(I-B) = 1 - a_1 - b_1 + a_1c_1 - a_3c_1 + b_1c_1$$

ist, also ein Ausdruck, der nur zufälligerweise Null sein wird. Daher gilt in der Regel:

$$y = (I-B)^{-1}\alpha + (I-B)^{-1}\Gamma x + (I-B)^{-1}\zeta$$

Der LISREL-Konvention entsprechend definieren wir:

$$A = (I-B)^{-1}$$
$$\Pi = (I-B)^{-1}\Gamma,$$

und für die transformierten Störterme

$$u = (I-B)^{-1}\zeta\ .$$

Mit diesen Definitionen kann die reduzierte Form folgendermaßen geschrieben werden:

$$y = A\alpha + \Pi x + u\,.$$

Eine detaillierte Darstellung der Koeffizienten der Matrix Π findet man im Anhang 2.

Möglichkeiten der Schätzung der Koeffizienten in LISREL

(i) Die Identitäten im Modell stellen für LISREL insofern ein gewisses Problem dar, als die Korrelationsmatrix Σ, auf der die Schätzung beruht, singulär wird, wenn alle 15 Variablen eingeschlossen sind.[3] Um die Berechnung der Parameter trotzdem durchführen zu können, muss der programminterne „admissibility test" ausgeschaltet werden. Man erhält dann allerdings nur eine Anfangslösung aufgrund einer OLS- oder IV- Schätzung und muss auf die interessantere ML-Schätzung verzichten.

(ii) Eine andere Möglichkeit besteht darin, die redundanten Variablen aus Σ zu entfernen und mit Hilfe der Identitäten intern berechnen zu lassen (Modell mit latenten Faktoren). Das erlaubt eine Schätzung der Parameter mit der Maximum-Likelihood-Methode. LISREL wirft zugleich die Ergebnisse für die reduzierte Form des Modells aus.

(iii) Schließlich besteht noch die Möglichkeit, die Identitäten aus dem Gleichungssystem zu entfernen. Die Gleichungen L I 1 bis L I 5 lassen sich auf verschiedene Weise behandeln. (iii.i) Zum einen lassen sie sich eliminieren, indem man sie in die drei Verhaltensgleichungen an passender Stelle einsetzt. Das reduziert die Anzahl der Gleichungen des ökonometrischen Modells, aber nicht unbedingt die Anzahl der Variablen: Die 5 endogenen Variable verschwinden, aber es kommen 4 zeitverzögerte Variable hinzu. Die Berechnung der entsprechenden reduzierten Form hat den Nachteil, nicht nur die exogenen, sondern auch die zeitverzögerten endogenen Variablen als x-Variablen zu enthalten. Um dies zu vermeiden, müsste man (iii.ii) die finale Form des Modells herstellen. Eine weitere Möglichkeit besteht (iii.iii) darin, die drei Verhaltensgleichungen in die Identitäten einzusetzen. Damit werden die Identitäten in stochastische Gleichungen umgewandelt, während die Gleichungen L V 1 bis L V 3 verschwinden.

Im folgenden wird die Umformung nach Methode (iii.i) vorgenommen.

[3] Vgl. LISREL-HB, S.166.

Reduktion der Gleichungszahl und reduzierte Form

Ausgehend vom obigen Gleichungssystem setzen wir die Identitäten sukzessiv in die Verhaltensgleichungen ein, und eliminieren sie so aus der expliziten Darstellung des Modells.

Im ersten Schritt erhält man:

(L V 1) $C_t = a_0 + a_1(Y_t - W_t) + a_2 P_{t-1} + a_3\left(W_t^* + W_t^{**}\right) + \zeta_1$
(L V 2) $I_t = b_0 + b_1(Y_t - W_t) + b_2 P_{t-1} + b_3 K_{t-1} + \zeta_2$
(L V 3) $W_t^* = c_0 + c_1\left(Y_t + T_t - W_t^{**}\right) + c_2 E_{t-1} + c_3 A_t + \zeta_3$

Nochmaliges Eliminieren der neu aufgetauchten endogenen Variablen Y_t und W_t ergibt:

(L V 1) $C_t = a_0 + a_1\left(C_t + I_t + G_t - T - W_t^* - W_t^{**}\right) + a_2 P_{t-1} + a_3\left(W_t^* + W_t^{**}\right) + \zeta_1$
(L V 2) $I_t = b_0 + b_1\left(C_t + I_t + G_t - T - W_t^* - W_t^{**}\right) + b_2 P_{t-1} + b_3 K_{t-1} + \zeta_2$
(L V 3) $W_t^* = c_0 + c_1\left(C_t + I_t + G_t - T + T_t - W_t^{**}\right) + c_2 E_{t-1} + c_3 A_t + \zeta_3$

Nach Vereinfachen und Umordnen erhält man:

(L V 1)
$C_t = a_0 + a_1 C_t + a_1 I_t + a_1 G_t - a_1 T - a_1 W_t^* - a_1 W_t^{**} + a_2 P_{t-1} + a_3 W_t^* + a_3 W_t^{**} + \zeta_1$
(L V 2)
$I_t = b_0 + b_1 C_t + b_1 I_t + b_1 G_t - b_1 T - b_1 W_t^* - b_1 W_t^{**} + b_2 P_{t-1} + b_3 K_{t-1} + \zeta_2$
(L V 3)
$W_t^* = c_0 + c_1 C_t + c_1 I_t + c_1 G_t - c_1 W_t^{**} + c_2 E_{t-1} + c_3 A_t + \zeta_3$

(L V 1)
$C_t = a_0 + a_1 C_t + a_1 I_t + (a_3 - a_1) W_t^* + (a_3 - a_1) W_t^{**} - a_1 T + a_1 G_t + a_2 P_{t-1} + \zeta_1$
(L V 2)
$I_t = b_0 + b_1 C_t + b_1 I_t - b_1 W_t^* - b_1 W_t^{**} - b_1 T + b_1 G_t + b_2 P_{t-1} + b_3 K_{t-1} + \zeta_2$
(L V 3)
$W_t^* = c_0 + c_1 C_t + c_1 I_t - c_1 W_t^{**} + c_1 G_t + c_3 A_t + + c_2 E_{t-1} \zeta_3$

Um der LISREL-Konvention zu genügen, dass keine Variable direkt von sich selbst abhängen darf, bringt man die entsprechenden Terme auf die linke Seite:

(L V 1)

$$(1-a_1)C_t = a_0 + a_1 I_t + (a_3 - a_1)W_t^* + (a_3 - a_1)W_t^{**} - a_1 T + a_1 G_t + a_2 P_{t-1} + \zeta_1$$

(L V 2)

$$(1-b_1)I_t = b_0 + b_1 I_t - b_1 W_t^* - b_1 W_t^{**} - b_1 T + b_1 G_t + b_2 P_{t-1} + b_3 K_{t-1} + \zeta_2$$

(L V 3)

$$W_t^* = c_0 + c_1 C_t + c_1 I_t - c_1 W_t^{**} + c_1 G_t + c_3 A_t + + c_2 E_{t-1} + \zeta_3$$

Wie wir sehen, bleiben vom ursprünglichen Gleichungssystem tatsächlich nur die drei Verhaltensgleichungen (L V 1-3) übrig. Eventuelle absolute Glieder können von dem ursprünglichen System übernommen werden. Die Störterme sind – bis hierhin jedenfalls – dieselben geblieben. Das ändert sich aber, sobald durch die links stehenden Faktoren dividiert wird.

Sei nun $y^T = \lfloor C_t \quad I_t \quad W_t^* \rfloor$ der Vektor der drei endogenen Variablen des Klein-Modells, die von Verhaltensgleichungen bestimmt werden, und sei

$$x^T = \lfloor W_t^{**} \quad T_t \quad G_t \quad A_t \quad P_{t-1} \quad K_{t-1} \quad E_{t-1} \rfloor$$

der Vektor der prädeterminierten (exogenen und zeitverzögerten) Variablen. Damit lässt sich das Modell in folgendes Gleichungssystem umformen:

$$y = \begin{bmatrix} 1/(1-a_1) & 0 & 0 \\ 0 & 1/(1-b_1) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a_0 \\ b_0 \\ c_0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1/(1-a_1) & 0 & 0 \\ 0 & 1/(1-b_1) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 & a_1 & a_3 - a_1 \\ b_1 & 0 & -b_1 \\ c_1 & c_1 & 0 \end{bmatrix} \cdot y +$$

$$+ \begin{bmatrix} 1/(1-a_1) & 0 & 0 \\ 0 & 1/(1-b_1) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} (a_3 - a_1) & -a_1 & a_1 & 0 & a_2 & 0 & 0 \\ -b_1 & -b_1 & b_1 & 0 & b_2 & b_3 & 0 \\ -c_1 & 0 & c_1 & c_3 & 0 & 0 & c_2 \end{bmatrix} \cdot x + \begin{bmatrix} \zeta_1 \\ \zeta_2 \\ \zeta_3 \end{bmatrix}$$

In Matrixschreibweise also:

$$y = \alpha' + B'y + \Gamma' x + \zeta'$$

Das ist wieder die Form eines Strukturgleichungssystems, wie es im allgemeinen für ein LISREL-Kausalmodell mit direkt beobachtbaren (a priori nicht fehlerbehafteten) Variablen notiert wird[4] - wohlgemerkt jetzt aber ohne Identitäten. Für das Folgende benötige ich einen Namen für diese Formulierung des Modells, die sich offenbar durch eine größere Koeffizientendichte auszeichnet. Deshalb nenne ich sie die kompakte Form. - Die dazugehörige reduzierte Form erhält man durch Auflösen nach y:

[4] Vgl. Karl Jöreskog / Dag Sörbom: LISREL8. User's Reference Guide. 1996-2001. S.143. Die absoluten Glieder werden oft weggelassen.

$$y = \left(I - B'\right)^{-1}\alpha' + \left(I - B'\right)^{-1}\Gamma' x + \left(I - B'\right)^{-1}\zeta'$$

Zwischen den 21 Koeffizienten der Matrix

$$\Pi' = \left(I - B'\right)^{-1}\Gamma'$$

und den 9 Parametern des ursprünglichen Gleichungssystems besteht ein eindeutiger funktionaler Zusammenhang. Die (3,7)-Matrix Π' hat in der Regel Koeffizienten ungleich Null auf allen Positionen.[5] Das kann man auch anhand der Zahlen sehen, wenn nämlich beispielsweise die ML-Schätzer für die von Klein unterstellten Daten (USA 1921-1941) in die reduzierte Form überführt werden:

Koeff.\ Index	1	2	3
a	-0,23	0,39	0,80
b	-0,80	1,05	-0,15
c	0,23	0,28	0,23

$$\left(I - B\right)^{-1}\Gamma = \begin{pmatrix} 0,799 & 0,234 & 0,004 & 0,239 & 0,396 & -0,001 & 0,291 \\ 0,077 & 0,406 & -0,383 & 0,023 & 0,499 & -0,093 & 0,028 \\ -0,029 & 0,147 & 0,143 & 0,290 & 0,206 & -0,021 & 0,353 \end{pmatrix}$$

Vergleich mit der Strukturgleichungsform: Widersprüche bei der kausalen Interpretation

Werden die Koeffizienten der Verhaltensgleichungen des Strukturgleichungssystems (siehe oben!) kausal interpretiert, so enthält es 9 substanzielle Hypothesen über die Zusammenhänge zwischen den makroökonomischen Variablen sowie die globale Hypothese, dass allen anderen (korrelativen) Beziehungen zwischen den Variablen keine direkten *kausalen* Zusammenhänge zugrunde liegen. Ich nenne diese spezielle Nullhypothese hier Proposition 1. Sie impliziert unter anderem, dass die Steuern T_t keinen direkten Einfluß auf die Löhne W_t^* haben. - Man könnte nun geneigt sein, das eben beschriebene Erscheinungsbild ökonometrischer Modelle, deren Matritzen überwiegend aus Nullen bestehen, im Sinne der „Empty World-Hypothese“ von H. A. Simon zu interpretieren:

[5] Aus Platzgründen sind die Koeffizienten dieser Matrix anderweitig veröffentlicht worden:

> "…the 'empty world hypothesis' … states that most things are only weakly connected with most other things. Therefore, descriptions may contain only a fraction of the connections."[6]

Anstelle des Ausdruckes „things" müsste allerdings von „factors" oder „variables" gesprochen werden. Der Eindruck einer fast leeren Welt ändert sich jedoch, wenn man die Identitäten des obigen Gleichungssystems eliminiert und zu seiner reduzierten Form übergeht. Alle Positionen der Matrix Π' sind nun besetzt und ungleich Null. Wenn die Strukturgleichungsform kausal, also im Sinne substanzieller ökonomischer Hypothesen und der Proposition 1, interpretiert werden kann, so erst recht die reduzierte Form, bei der die eventuell als problematisch angesehenen Interdependenzen nicht auftreten. Eine kausale Interpretation der reduzierten Form bedeutet jedoch, dass sich die fast leere Welt weniger, theoretisch wohldurchdachter und plausibler Beziehungen, die uns die Matrizen B und Γ vorgaukelten, unter der Hand in eine theoretisch kaum noch verständliche und ziemlich „zugenagelte" Welt verwandelt! Zwischen jeder abhängigen und jeder der prädeterminierten Variablen gibt es nun (hypothetisch!) eine kausale Beziehung, und dies steht bei bestimmten Zusammenhängen im Widerspruch zur Proposition 1. Beispielsweise erscheint jetzt die Beziehung zwischen Steuern und Löhnen als kausaler Zusammenhang mit dem Koeffizienten 0,147. – Abgesehen von dieser Widersprüchlichkeit auf der Ebene der kausalen Interpretation des Modells dürften die wenigsten der in Π' enthaltenen Koeffizienten von einer der gängigen ökonomischen Theorien bewusst intendiert worden sein. Die 27 Beziehungen werden zwar intern von den 9 Parametern des Strukturgleichungssystems „erklärt", aber auf so komplizierte Weise, dass kaum jemand ernsthaft behaupten wird, dass damit eine sinnvolle (plausible) Erklärung gegeben worden ist, geschweige denn, dass diese Beziehung schon vor der Konstruktion des Modells bekannt gewesen sei. Beispielsweise wird der hier schon zweimal erwähnte Zusammenhang zwischen Löhnen und Steueraufkommen durch

$$\Pi'(3,2) = \frac{-a_1c_1 - b_1c_1 + a_1^2c_1 + 2a_1b_1c_1 + b_1^2c_1 - a_1^2b_1c_1 - a_1b_1^2c_1}{(1 - a_1 - b_1 + a_1b_1)(1 - a_1 - b_1 + a_1c_1 - a_3c_1 + b_1c_1)}$$

beschrieben. In gewissem Sinne wird er durch vier Parameter des Strukturgleichungsmodells „erklärt". Aber in welcher Theorie ist dieser Zusammenhang jemals so behauptet worden?

Mit der analytischen Abhängigkeit der einzelnen Koeffizienten von Π' sind auch deren gegenseitige Beziehungen weitgehend (bis auf 9 Freiheitsgrade) vorherbestimmt. Wer hätte jemals gedacht, dass der Zusammenhang zwischen

[6] David Furcy, 1999, http://www.cc.gatech.edu/~jimmyd/summaries/simon1969-a.html (17.5.05). Im Original nachzulesen bei Herbert A. Simon (1969). The Sciences of the Artificial (First Edition), Cambridge, Massachusetts 1969. S.221.

Löhnen und Steuern in einer exakt berechenbaren Weise von der Beziehung zwischen dem Konsum und dem Profit des Vorjahres abhängt?[7] Jenseits der Konstruktion eines Modells würde man eine solche Behauptung als völlig unbegründet und a-theoretisch ansehen und ablehnen. Aber es handelt sich hier um eine Implikation eines Modells, das aufgrund seiner Größe als überschaubar und in einem gewissen Maße als theoretisch fundiert gelten darf. Durch die Transformation des Modells in die reduzierte Form verliert es die Plausibilität, die es auf der Ebene des Strukturgleichungsmodells aufgrund seiner theoretischen Absicherung noch beanspruchen kann. Obwohl analytisch identisch, geraten die beiden Modellformulierungen bei einer kausalen Interpretation ihrer Koeffizienten in Widerspruch miteinander. Versteht sich, dass dies nicht das geringste mit der Spezifik des Klein-Modells zu tun hat.
Ziehen wir aus der Sachlage weitere ontologische und methodologische Konsequenzen! Es scheint intuitiv klar, dass die Welt so restringiert wie sie auf der Ebene der reduzierten kompakten Form erscheint auch wieder nicht sein kann. Das Modell impliziert eine Reihe von kausalen Abhängigkeiten, die von keiner Theorie jemals intendiert worden und in diesem Sinne also a-theoretisch sind. Das Schreckgespenst a-theoretisch konstruierter Modelle verschwindet, wenn jedes theoretisch wohlbegründet konstruiertes Modell auf der Ebene der reduzierten kompakten Form als a-theoretisch (im oben definierten Sinne) erscheint. Man könnte des weiteren geneigt sein, anzunehmen, dass letztlich doch alles mit allem zusammenhängt und sich unser Wissen von der komplexen Realität wieder einmal als recht fragmentarisch erweist. Die übliche Methode, Modelle zwar eklektisch, aber immerhin aufgrund theoretisch begründeter Annahmen zu konstruieren, erschiene als unnötig restriktiv, um damit der Komplexität einer Volkswirtschaft gerecht zu werden. Eine nicht besonders radikale, aber möglicherweise hilfreiche Konsequenz wäre, die Koeffizienten in Π' zu entkoppeln, so wie das Klein für die beiden Terme seiner Abschreibungsfunktion (capital consumption) praktiziert, obwohl sie aus theoretischer Sicht voneinander abhängig sind.[8]

Vergleich mit der Strukturgleichungsform: die Schätzverfahren

E-Views ist ein Computerprogramm, das für die Schätzung und Lösung ökonometrischer Modelle entwickelt worden ist und das sich dementsprechend einer hohen Beliebtheit bei Modellbauern und -anwendern erfreut. Standardmäßig werden zunächst die Koeffizienten der Verhaltensgleichungen, aus denen das ökonometrische Modell bestehen soll, anhand relevanter Daten geschätzt, und zwar jede Gleichung für sich genommen. Die Verhaltensgleichungen mit den so auf die Daten zugeschnittenen Koeffizienten werden zusammen mit den als zweckmäßig erachteten Identitäten aus der Volkswirtschaftlichen

[7] Um dieses Verhältnis zu bestimmen, braucht man nur die entsprechenden Koeffizienten in passender Weise zu dividieren.
[8] Lawrence R. Klein: Lectures in Econometrics. North-Holland-Amsterdam, New York, Oxford 1983. S.6 f.

Gesamtrechnung in ein Modell eingebunden, das nun auch den Zusammenhang zwischen den Größen der einzelnen Gleichungen erfasst und damit einen entscheidenden Vorteil gegenüber jeder partiellen Analyse der Volkswirtschaft aufweist: Es bildet nicht nur die unmittelbaren Wirkungen ab, die eine Veränderung einer Größe auf „benachbarte“ Variablen hat, sondern auch die ferneren und vermittelten Effekte auf andere Variablen sowie die Rückwirkungen auf den Ausgangspunkt zu einem späteren Zeitpunkt. Das ist sicher ein unschlagbarer Vorteil ökonometrischer Modelle, der sich ontologisch daraus ergibt, dass wir es bei der Volkswirtschaft mit einem Gegenstand zu tun haben, der – trotz einer gewissen Offenheit nach außen hin und nach „innen“ (damit ist die Mensch-Natur-Beziehung gemeint) - einen Kreislauf darstellt und dessen Komplexität deshalb auch die Darstellung von zeitlich gestreckten Rückwirkungen bis hin zu Interdependenzen erfordert. Übrigens spielen bei der adäquaten Berücksichtigung des Kreislaufgedankens gerade die aus der VGR stammenden Identitäten partiell eine unersetzbare Rolle.

Die eben beschriebene Standardmethode der Schätzung von Koeffizienten unterstellt, dass die Koeffizienten einer Verhaltensgleichung unabhängig von denen der anderen Verhaltensgleichung und von den Identitäten geschätzt werden können. Denn, wie gesagt, standardmäßig erfolgt eine Schätzung der Einzelgleichungen, bevor sie in ein Modell eingebunden werden. Die Komplexität der Volkswirtschaft wird nach der Einzelgleichungsschätzung berücksichtigt, wenn beispielsweise mit Hilfe des Modells Prognosen erstellt werden. Zwar bietet E-Views eine Alternative zur Einzelgleichungsschätzung, die Systemschätzung (mit OLS oder einer anderen Schätzmethode), aber diese Alternative leidet unter zwei Mängeln: Erstens ist es ziemlich umständlich, die Werte der aufgrund einer Systemschätzung ermittelten Koeffizienten in ein Modell einzubinden (letzteres ist die Voraussetzung für Simulationen und Prognosen) und zweitens darf in einer E-Views-Systemschätzung keine Identität enthalten sein. Besonders der zuletzt genannte Mangel macht die Systemschätzung in E-Views nahezu unbrauchbar, denn ein Modell, von dem man die Identitäten abgezogen hat, ist nicht mehr dasselbe Modell.

Eine prinzipielle, aber ebenfalls wenig praktikable Lösung dieses Problems stellt die reduzierte kompakte Form eines Modells dar: Ohne explizit eine Identität zu enthalten, sind die von den Identitäten unterstellten Zusammenhänge im kompakten Gleichungssystem implizit enthalten. Wenn es also nicht so schrecklich umständlich und bei etwas größeren Modellen rechnerisch kaum zu bewältigen wäre, könnte man nach Umformung in die reduzierte kompakte Form auch mit E-Views eine Systemschätzung vornehmen, ohne das Ausgangsmodell amputieren zu müssen.

Die reduzierte kompakte Form eines Modell stellt aber nicht nur eine (wenn auch nur prinzipielle und keine praktikable) Lösung für die Möglichkeit einer

Systemschätzung von ökonometrischen Modellen dar, sie demonstriert auch die Notwendigkeit einer Systemschätzung und die Unmöglichkeit einer Einzelgleichungschätzung. Es wird nicht nötig sein, hier einen komplizierten mathematischen Apparat aufzubauen, um dies zu demonstrieren, da bereits ein einfaches Beispiel zeigt, warum eine Lösung des reduzierten kompakten Gleichungssystems nach der Methode der Einzelgleichungsschätzung zu falschen Ergebnissen führt: Die 27 Koeffizienten der Matrix Π sind, wie wir bereits festgestellt haben, von den 9 Parametern des Strukturgleichungssystems abhängig, und zwar so, dass ein Teil dieser 9 Parameter in jeder der drei Gleichungen auftaucht. Mit anderen Worten: Diese Parameter können nicht bestimmt werden, indem man die Gleichungen einzeln und nacheinander schätzt, sie müssen simultan bestimmt werden. Die Systemschätzung ist hier also die einzig akzeptable Vorgehensweise bei der Schätzung der Koeffizienten.

Nun ist das reduzierte kompakte Gleichungssystem nichts anderes als ein besonders einfaches, nämlich rekursives ökonometrisches Modell, das sich in direkte Kausalbeziehungen auflösen lässt (keine Interdependenzen mehr enthält). Wenn schon für diesen Modelltyp gilt, dass man nur dann eine adäquate Schätzung für das zugrunde liegende Strukturmodell erhält, wenn man die Systemeigenschaft von Anfang an ernst nimmt, um wie viel mehr sollte dieser Gedanke bei interdependenten Modellen eine Rolle spielen?

ANHANG 1

Bedeutung der Variablen

	LISREL			Intriligator
Symb	Bezeichnung	intern	Symb	
	Endogenous			
C_t	Aggregate Consumption	Y1	C	Consumtion
I_t	Net Investment	Y2	I	Investment (net)
W_t^*	Private Wage Bill	Y3	W_P	Private Wages
P_t	Total Profits	Y4	Π	Profits
Y_t	Total Income	Y5		
K_t	End-of-Year Capital Stock	Y6	K	Capital Stock (at year end)
W_t	Total Wage Bill	Y7		
E_t	Total Production of Private Industry	Y8	Y	Output
	Exogenous Var			
W_t	Government Wage Bill	X1	W_G	Public Wages
T_t	Taxes	X2	T	Business Taxes
G_t	Government Non-Wage Expenditures	X3	G	Government nonwage expenditure
A_t	Time in Years From 1931	X4	t	Time
	Lagged Endogenous Var			
P_{t-1}		X5	Π_{-1}	
K_{t-1}		X6	K_{-1}	
E_{t-1}		X7		

ANHANG 2

Die Koeffizienten der Matrix Π' des reduzierten Gleichungssystems mit eingesetzten Identitäten, ausgedrückt in den Koeffizienten des Strukturgleichungssystems

$$\Pi'(1,1)=\frac{-a_1+a_3+a_1^2-a_1a_3+a_1b_1+a_1c_1-2a_3b_1-a_3c_1-a_1^2b_1-a_1^2c_1+a_1a_3c_1}{(1-a_1-b_1+a_1b_1)(1-a_1-b_1+a_1c_1-a_3c_1+b_1c_1)}$$

$$+\frac{2a_1a_3b_1-a_1b_1c_1+a_3b_1^2+2a_3b_1c_1+a_1^2b_1c_1-a_1a_3b_1^2-2a_1a_3b_1c_1-a_3b_1^2c_1+a_1b_1^2c_1a_3}{(1-a_1-b_1+a_1b_1)(1-a_1-b_1+a_1c_1-a_3c_1+b_1c_1)}$$

$$\Pi'(1,2)=\frac{-a_1+a_1^2+a_1b_1-a_1^2b_1-a_3b_1c_1+a_3b_1^2c_1+a_1a_3b_1c_1-a_1a_3b_1^2c_1}{(1-a_1-b_1+a_1b_1)(1-a_1-b_1+a_1c_1-a_3c_1+b_1c_1)}$$

$$\Pi'(1,3)=\frac{a_1-a_1^2-a_1b_1-a_1c_1+a_3c_1+a_1^2b_1+a_1^2c_1-a_1a_3c_1+a_1b_1c_1-a_3b_1c_1-a_1^2b_1c_1+a_1a_3b_1c_1}{(1-a_1-b_1+a_1b_1)(1-a_1-b_1+a_1c_1-a_3c_1+b_1c_1)}$$

$$\Pi'(1,4)=\frac{-a_1c_3+a_3c_3+a_1^2c_3-a_1a_3c_3+a_1b_1c_3-2a_3b_1c_3-a_1^2b_1c_3+2a_1a_3b_1c_3+a_3b_1^2c_3-a_1a_3b_1^2c_3}{(1-a_1-b_1+a_1b_1)(1-a_1-b_1+a_1c_1-a_3c_1+b_1c_1)}$$

$$\Pi'(1,5)=\frac{a_2-a_1a_2+a_1b_2-2a_2b_1-a_1^2b_2+2a_1a_2b_1-a_1b_1b_2-a_1b_2c_1+a_2b_1^2}{(1-a_1-b_1+a_1b_1)(1-a_1-b_1+a_1c_1-a_3c_1+b_1c_1)}$$

$$+\frac{a_2b_1c_1+a_3b_2c_1+a_1^2b_1b_2+a_1^2b_2c_1-a_1a_2b_1^2-a_1a_2b_1c_1-a_1a_3b_2c_1+a_1b_1b_2c_1}{(1-a_1-b_1+a_1b_1)(1-a_1-b_1+a_1c_1-a_3c_1+b_1c_1)}$$

$$+\frac{-a_2b_1^2c_1-a_3b_1b_2c_1-a_1^2b_1b_2c_1+a_1a_2b_1^2c_1+a_1a_3b_1b_2c_1}{(1-a_1-b_1+a_1b_1)(1-a_1-b_1+a_1c_1-a_3c_1+b_1c_1)}$$

$$\Pi'(1,6)=\frac{a_1b_3-a_1^2b_3-a_1b_1b_3-a_1b_3c_1+a_3b_3c_1+a_1^2b_1b_3+a_1^2b_3c_1-a_1a_3b_3c_1}{(1-a_1-b_1+a_1b_1)(1-a_1-b_1+a_1c_1-a_3c_1+b_1c_1)}$$

$$+\frac{a_1b_1b_3c_1-a_3b_1b_3c_1-a_1^2b_1b_3c_1+a_1a_3b_1b_3c_1}{(1-a_1-b_1+a_1b_1)(1-a_1-b_1+a_1c_1-a_3c_1+b_1c_1)}$$

$$\Pi'(1,7)=\frac{-a_1c_2-a_3c_2+a_1^2c_2-a_1a_3c_2+a_1b_1c_2-2a_3b_1c_2-a_1^2b_1c_2+2a_1a_3b_1c_2+a_3b_1^2c_2-a_1a_3b_1^2c_2}{(1-a_1-b_1+a_1b_1)(1-a_1-b_1+a_1c_1-a_3c_1+b_1c_1)}$$

$$\Pi'(2,1)=\frac{-b_1+a_1b_1+a_3b_1+b_1{}^2+b_1c_1-a_1a_3b_1-a_1b_1{}^2-a_1b_1c_1}{\left(1-a_1-b_1+a_1b_1\right)\left(1-a_1-b_1+a_1c_1-a_3c_1+b_1c_1\right)}$$

$$+\frac{-a_3b_1c_1-a_3b_1{}^2-b_1{}^2c_1+a_1a_3b_1{}^2+a_1a_3b_1c_1+a_1b_1{}^2c_1+a_3b_1{}^2c_1-a_1a_3b_1{}^2c_1}{\left(1-a_1-b_1+a_1b_1\right)\left(1-a_1-b_1+a_1c_1-a_3c_1+b_1c_1\right)}$$

$$\Pi'(2,2)=\frac{-b_1+a_1b_1+b_1{}^2-a_1b_1{}^2+a_3b_1c_1-a_3b_1{}^2c_1-a_1a_3b_1c_1+a_1a_3b_1{}^2c_1}{\left(1-a_1-b_1+a_1b_1\right)\left(1-a_1-b_1+a_1c_1-a_3c_1+b_1c_1\right)}$$

$$\Pi'(2,3)=\frac{b_1-a_1b_1-b_1{}^2-b_1c_1+a_1b_1{}^2+a_1b_1c_1+b_1{}^2c_1-a_1b_1{}^2c_1}{\left(1-a_1-b_1+a_1b_1\right)\left(1-a_1-b_1+a_1c_1-a_3c_1+b_1c_1\right)}$$

$$\Pi'(2,4)=\frac{-b_1c_3+a_1b_1c_3+a_3b_1c_3+b_1{}^2c_3-a_1a_3b_1c_3-a_1b_1{}^2c_3-a_3b_1{}^2c_3+a_1a_3b_1{}^2c_3}{\left(1-a_1-b_1+a_1b_1\right)\left(1-a_1-b_1+a_1c_1-a_3c_1+b_1c_1\right)}$$

$$\Pi'(2,5)=\frac{b_2-2a_1b_2+a_2b_1-b_1b_2+a_1{}^2b_2-a_1a_2b_1+2a_1b_1b_2+a_1b_2c_1-a_2b_1{}^2}{\left(1-a_1-b_1+a_1b_1\right)\left(1-a_1-b_1+a_1c_1-a_3c_1+b_1c_1\right)}$$

$$+\frac{-a_2b_1c_1-a_3b_2c_1-a_1{}^2b_1b_2-a_1{}^2b_2c_1+a_1a_2b_1{}^2+a_1a_2b_1c_1+a_1a_3b_2c_1}{\left(1-a_1-b_1+a_1b_1\right)\left(1-a_1-b_1+a_1c_1-a_3c_1+b_1c_1\right)}$$

$$+\frac{a_2b_1{}^2c_1-a_1b_1b_2c_1+a_3b_1b_2c_1+a_1{}^2b_1b_2c_1-a_1a_2b_1{}^2c_1-a_1a_3b_1b_2c_1}{\left(1-a_1-b_1+a_1b_1\right)\left(1-a_1-b_1+a_1c_1-a_3c_1+b_1c_1\right)}$$

$$\Pi'(2,6)=\frac{b_3-2a_1b_3-b_1b_3+a_1{}^2b_3+2a_1b_1b_3+a_1b_3c_1-a_3b_3c_1-a_1{}^2b_1b_3}{\left(1-a_1-b_1+a_1b_1\right)\left(1-a_1-b_1+a_1c_1-a_3c_1+b_1c_1\right)}$$

$$+\frac{-a_1{}^2b_3c_1+a_1a_3b_3c_1-a_1b_1b_3c_1+a_3b_1b_3c_1+a_1{}^2b_1b_3c_1-a_1a_3b_1b_3c_1}{\left(1-a_1-b_1+a_1b_1\right)\left(1-a_1-b_1+a_1c_1-a_3c_1+b_1c_1\right)}$$

$$\Pi'(2,7)=\frac{-b_1c_2+a_1b_1c_2+a_3b_1c_2+b_1{}^2c_2-a_1a_3b_1c_2-a_1b_1{}^2c_2-a_3b_1{}^2c_2+a_1a_3b_1{}^2c_2}{\left(1-a_1-b_1+a_1b_1\right)\left(1-a_1-b_1+a_1c_1-a_3c_1+b_1c_1\right)}$$

$$\Pi'(3,1)=\frac{-c_1+a_1c_1+a_3c_1+b_1c_1-a_1a_3c_1-a_1b_1c_1-a_3b_1c_1+a_1a_3b_1c_1}{\left(1-a_1-b_1+a_1b_1\right)\left(1-a_1-b_1+a_1c_1-a_3c_1+b_1c_1\right)}$$

$$\Pi'(3,2)=\frac{-a_1c_1-b_1c_1+a_1{}^2c_1+2a_1b_1c_1+b_1{}^2c_1-a_1{}^2b_1c_1-a_1b_1{}^2c_1}{\left(1-a_1-b_1+a_1b_1\right)\left(1-a_1-b_1+a_1c_1-a_3c_1+b_1c_1\right)}$$

$$\Pi'(3,3)=\frac{c_1-a_1c_1-b_1c_1+a_1b_1c_1}{\left(1-a_1-b_1+a_1b_1\right)\left(1-a_1-b_1+a_1c_1-a_3c_1+b_1c_1\right)}$$

$$\Pi'(3,4)=\frac{c_3-2a_1c_3-2b_1c_3+a_1{}^2c_3+3a_1b_1c_3+b_1{}^2c_3-a_1{}^2b_1c_3-a_1b_1{}^2c_3}{\left(1-a_1-b_1+a_1b_1\right)\left(1-a_1-b_1+a_1c_1-a_3c_1+b_1c_1\right)}$$

$$\Pi'(3,5)=\frac{a_2c_1+b_2c_1-a_1a_2c_1-a_1b_2c_1-a_2b_1c_1-b_1b_2c_1+a_1a_2b_1c_1+a_1b_1b_2c_1}{\left(1-a_1-b_1+a_1b_1\right)\left(1-a_1-b_1+a_1c_1-a_3c_1+b_1c_1\right)}$$

$$\Pi'(3,6)=\frac{b_3c_1-a_1b_3c_1-b_1b_3c_1+a_1b_1b_3c_1}{\left(1-a_1-b_1+a_1b_1\right)\left(1-a_1-b_1+a_1c_1-a_3c_1+b_1c_1\right)}$$

$$\Pi'(3,7)=\frac{c_2-2a_1c_2-2b_1c_2+a_1{}^2c_2+3a_1b_1c_2+b_1{}^2c_2-a_1{}^2b_1c_2-a_1b_1{}^2c_2}{\left(1-a_1-b_1+a_1b_1\right)\left(1-a_1-b_1+a_1c_1-a_3c_1+b_1c_1\right)}$$