

# Die neoklassische Produktionsfunktion

Theorie und empirischer Status

# Literatur

- Solow, Robert M.: A Contribution to the Theory of Economic Growth, *The Quarterly Journal of Economics*, Vol 70, No 1, Febr. 1956, pp.65-94.
- Solow, Robert M.: Technical Change and the Aggregate Production Function, *The Review of Economics and Statistics*, Vol. 39, No. 3 (Aug., 1957), pp. 312-320.
- Nelson, R. R., Winter, S. G.: An Evolutionary Theory of Economic Change, 1982.

# Lehrmaterial

- **Materialien zur neoklassischen Theorie:**  
[http://www.georg-quaas.de/neoklassik\\_&\\_empirie.pdf](http://www.georg-quaas.de/neoklassik_&_empirie.pdf)

# Das Problem

- Solow entwickelt 1956 auf der Grundlage einer skaleninvarianten Produktionsfunktion für das Volkseinkommen ein allgemeines Modell des ökonomischen Wachstums. Determinanten sind Arbeit und Kapital.
- Etwa ein Jahr später erweitert er das Modell durch den technologischen Fortschritt. Dieses Modell tut seit 45 Jahren gute Dienste (siehe unten).

# Das Problem

- Nelson und Winter kritisieren das Modell 1982 und zeigen, dass man eine volkswirtschaftliche Entwicklung auch ohne die neoklassische Produktionsfunktion erklären kann. Die Kritik ist vor allem gegen die residuale Bestimmung des technischen Fortschritts gerichtet.
- Vom Standpunkt des Kritischen Rationalismus handelt es sich bei der Einführung des technischen Fortschritts um eine ad hoc-Hypothese, die die Falsifikation der Theorie der Produktionsfunktion verhindert.

# Das Problem

- Aus der Sicht des Transzendentalen Realismus handelt es sich um einen Hypothesenkomplex, der etwas über einen tiefer liegenden ökonomischen Mechanismus aussagt. Ob letzterer existiert, muss ebenfalls überprüft werden.

# Theorie

- Produktionsfunktion in Niveaus:

$$Y = Y(L, K)$$

- Beispiel: Cobb-Douglas-PF:

$$Y = AL^{1-a}K^a$$

# Allgemeine Eigenschaft

- Skaleninvarianz:

$$Y(\alpha L, \alpha K) = \alpha Y(L, K)$$

- Konsequenz:

Wenn  $\alpha = \frac{1}{L}$ , dann:  $\frac{Y}{L} = Y\left(1, \frac{K}{L}\right)$



# PF pro Kopf

## *Definitionen*

- Produktivität:

$$y = Y/L$$

- Kapitalintensität:

$$k = K/L$$

- Resultat:

$$y = y(k)$$

# Eigenschaften

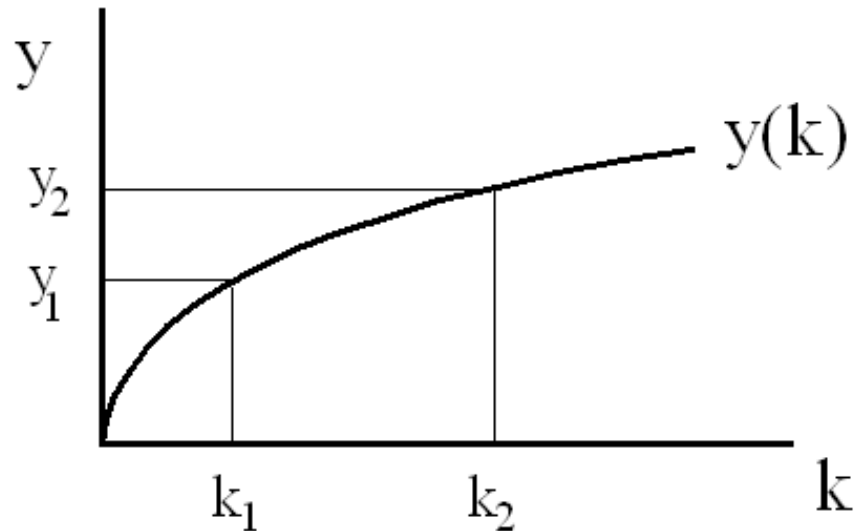
- Monoton wachsend:

$$\frac{dy}{dk} = y' = r > 0$$

- Abnehmender Grenzertrag:

$$y'' < 0$$

# Cobb-Douglas-PF



Output-Kapitalausstattung

BILD 1

# Interpretation der CD-PF

## *Definitionen*

- Lohnrate:  $w$
- Profitrate:  $r$
- Profit:  $r k$

$$y = w + rk$$

# Löhne und Profite

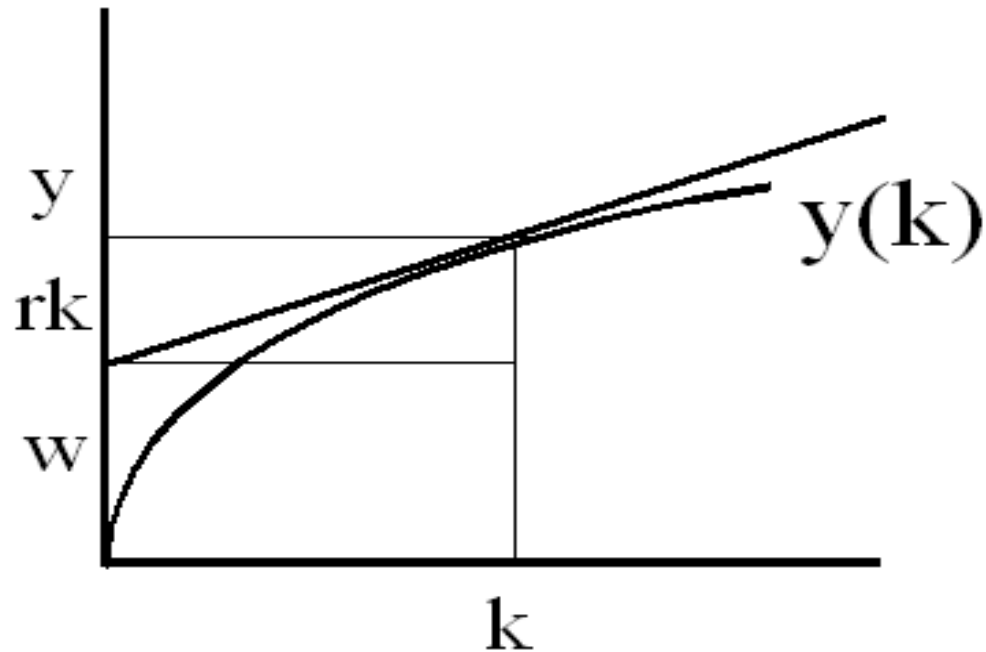


BILD 2

# Überprüfung der Theorie

- Nach der Formulierung der Theorie werden die Konsequenzen abgeleitet, um die Grundlage für eine empirische Überprüfung und (später) für die Anwendung herzustellen.

# Kapitalintensität und Profitrate

- Zusammenhang ergibt sich aus den Eigenschaften:

$$\frac{dr}{dk} = y'' < 0$$

- → umgekehrte Proportionalität

# Die inverse Beziehung zwischen Kapitalintensität und Profitrate

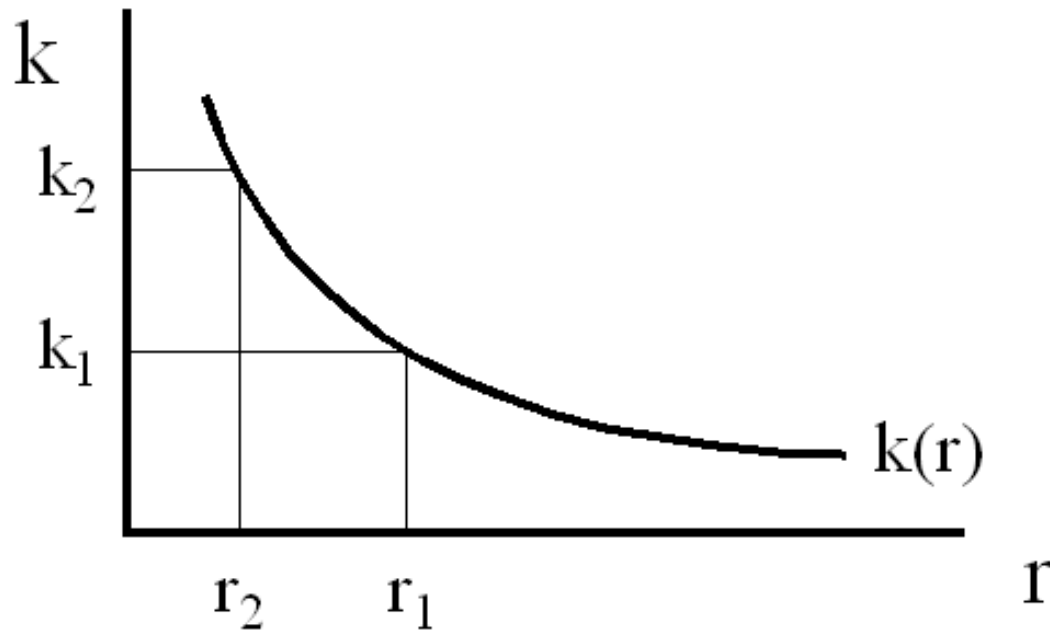


BILD 3



# Produktivität und Profitrate

- Ableitung:

$$\frac{dy}{dr} = \frac{dy}{dk} \frac{dk}{dr} = \frac{y'}{y''} < 0$$

- Umgekehrt proportional

# Die inverse Beziehung zwischen Output und Profitrate

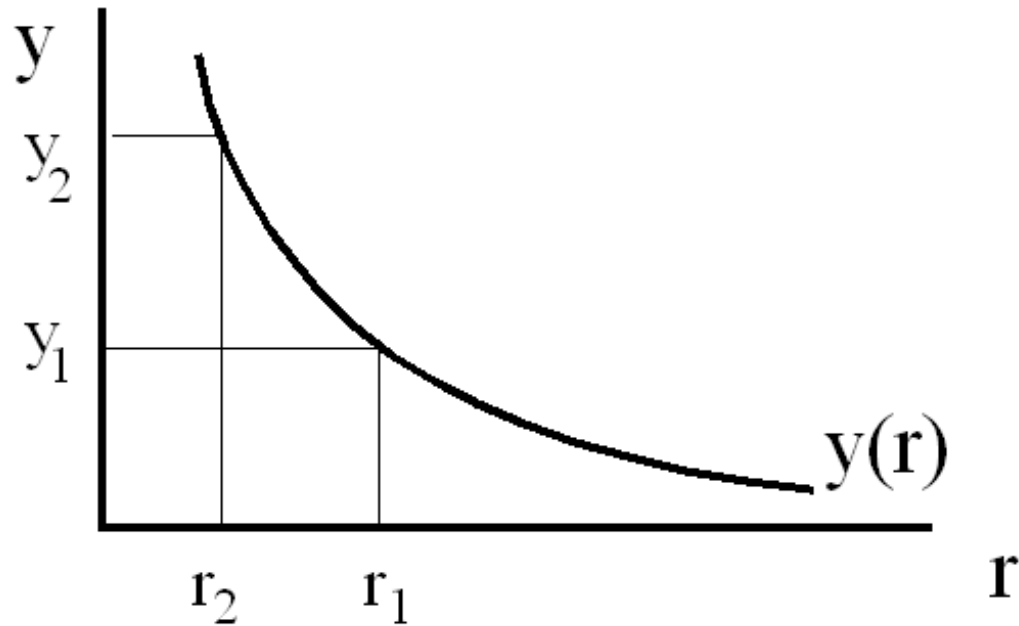


BILD 4

# Lohnsatz und Kapitalintensität

- Ableitung aus Definition des Lohnsatzes:

$$\frac{dw}{dk} = y' - y''k - y' = -y''k > 0$$

- Ebenfalls umgekehrt proportional

# Lohnsatz und Kapitalintensität

- Kurvenverlauf: wie PF
- Praktische Konsequenz/Interpretation:  
Auf Erhöhungen des Reallohnes reagieren die Unternehmer mit kapitalintensiverer Technik, d.h. lebendige Arbeit wird durch Maschinen ersetzt.

# Kritik

- Die Wirkungsrichtung ist durch einen funktional-deterministischen Zusammenhang nicht eindeutig festgelegt.
- Dass die Erhöhung der Kapitalintensität mit einer Verringerung des Arbeitseinsatzes verbunden ist, geht aus der obigen Beziehung gar nicht hervor, da das Differential  $dA$  gar nicht auftritt

# Lohnsatz und Profitrate

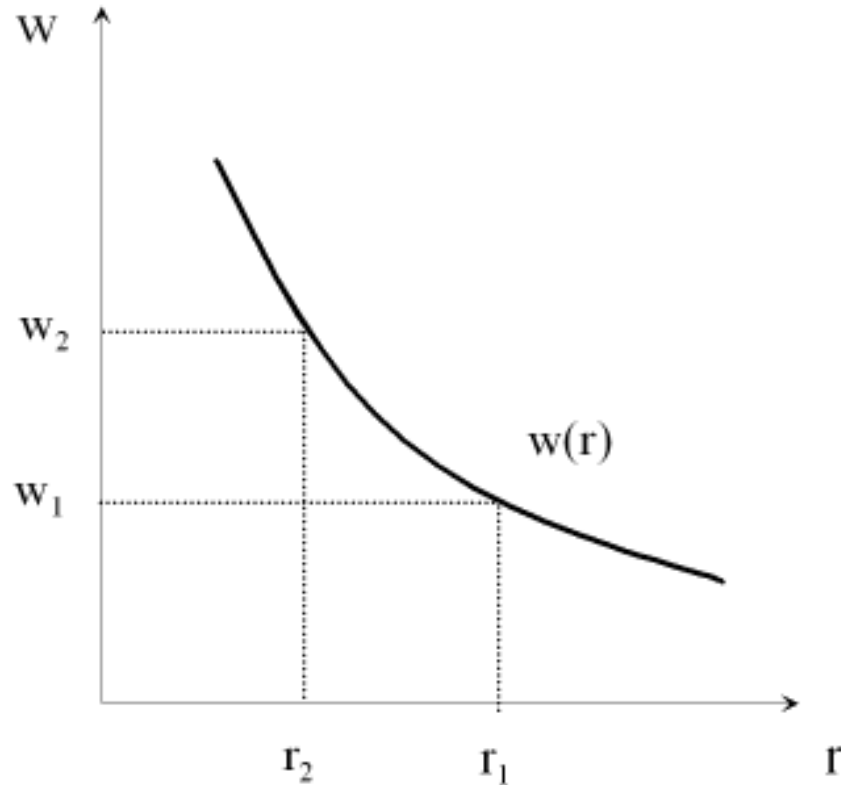
- Ableitung:

$$\frac{dw}{dr} = \frac{dw}{dk} \frac{dk}{dr} = \frac{-y''k}{y''} = -k < 0$$

- Umgekehrte Proportionalität

# Die Lohnsatz-Profitratenbeziehung

∞



∞

BILD 5

# Empirische Überprüfung

Überprüfung erfolgt u. a. anhand der folgenden makroökonomischen Variablen:

- *K*: Nettoanlagevermögen zu Wiederbeschaffungspreisen, in Milliarden €
- *Y*: Nationaleinkommen, in Milliarden €, deflationiert
- *EW*: Anzahl der Erwerbstätigen (Inländerkonzept), in 1000
- *YAN*: Arbeitnehmerentgelt in Milliarden €, deflationiert
- *YUV*: Einkommen aus Unternehmertätigkeit und Vermögen in Milliarden €, deflationiert



# Produktivität und Kapitalintensität

BILD 7: Output und Kapital per capita (Zu BILD 1)

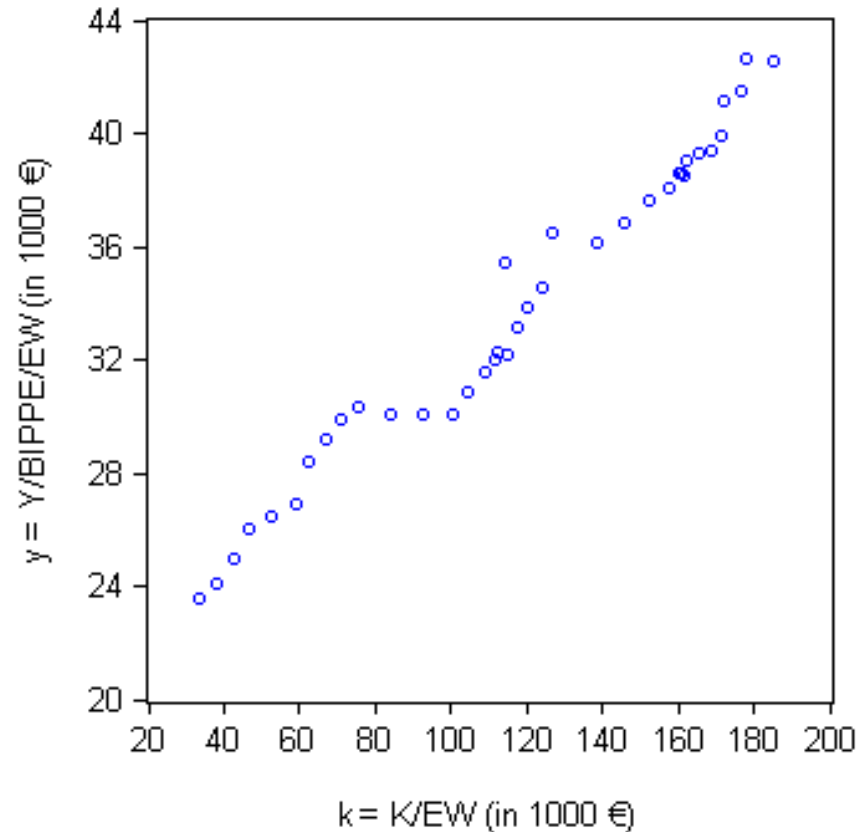
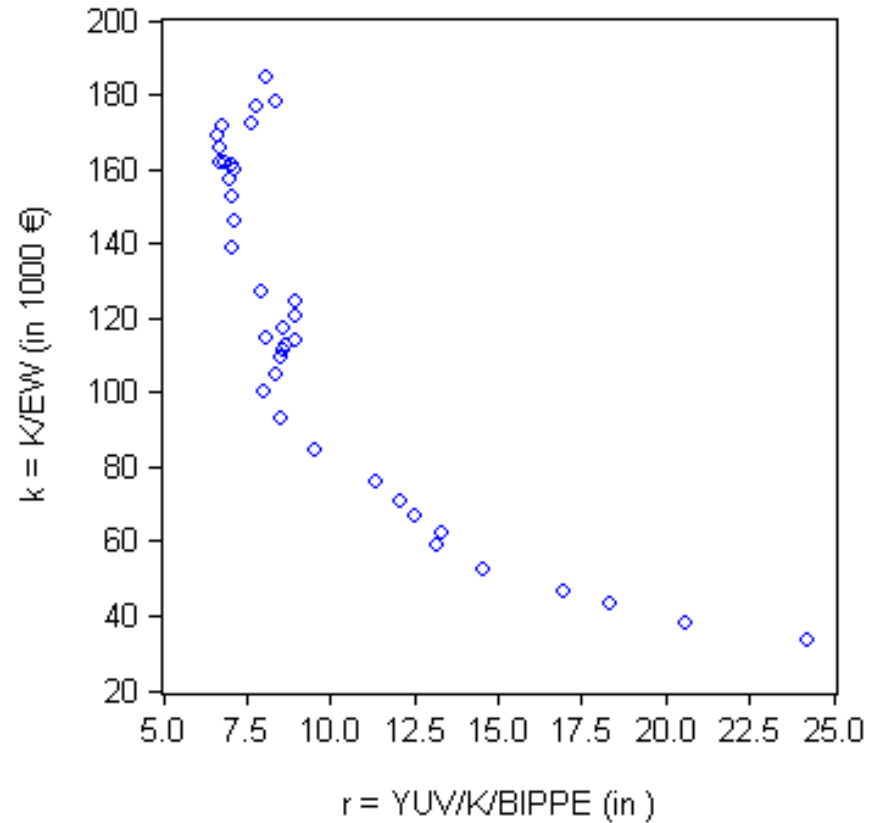


BILD 7

# Kapitalintensität und Profitrate

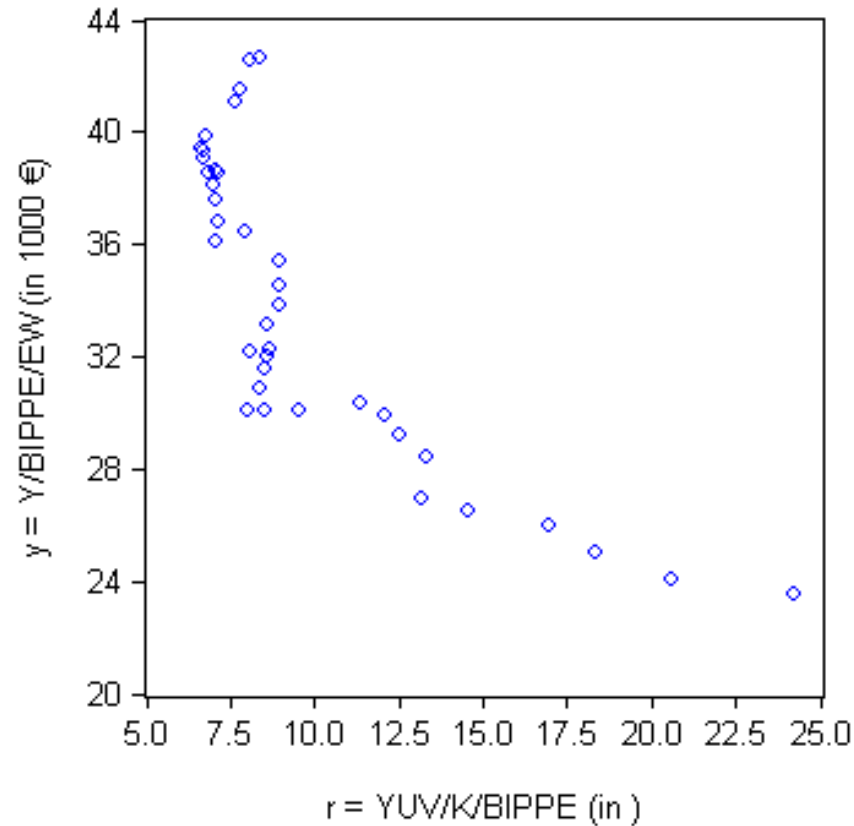
BILD 8: Kapitalintensität und Profitrate (Zu BILD 3)



- BILD 8

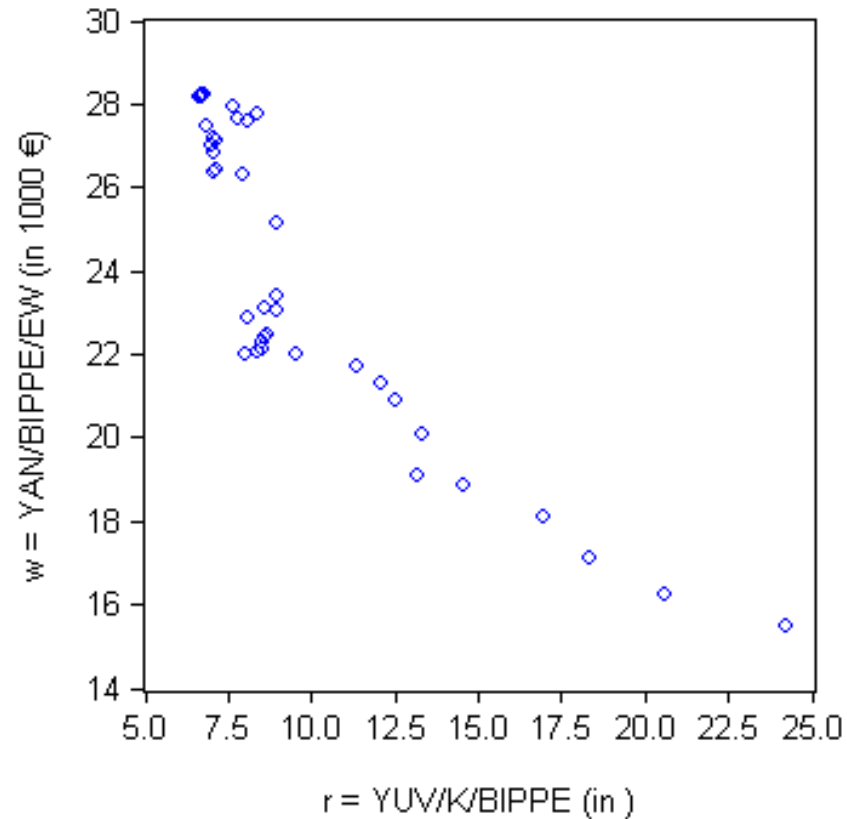
# Produktivität und Profitrate

BILD 9: Output per capita und Profitrate (Zu BILD 4)



# Lohnsatz und Profitrate

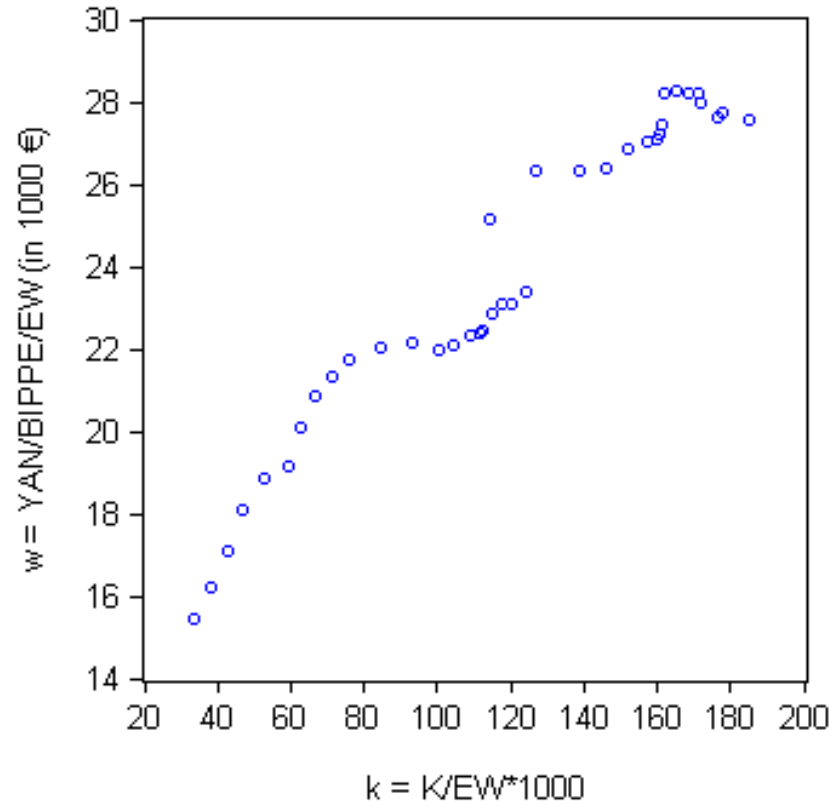
BILD 11: Lohnsatz und Profitrate (Zu BILD 5)



- BILD 10

# Lohnsatz und Kapitalintensität

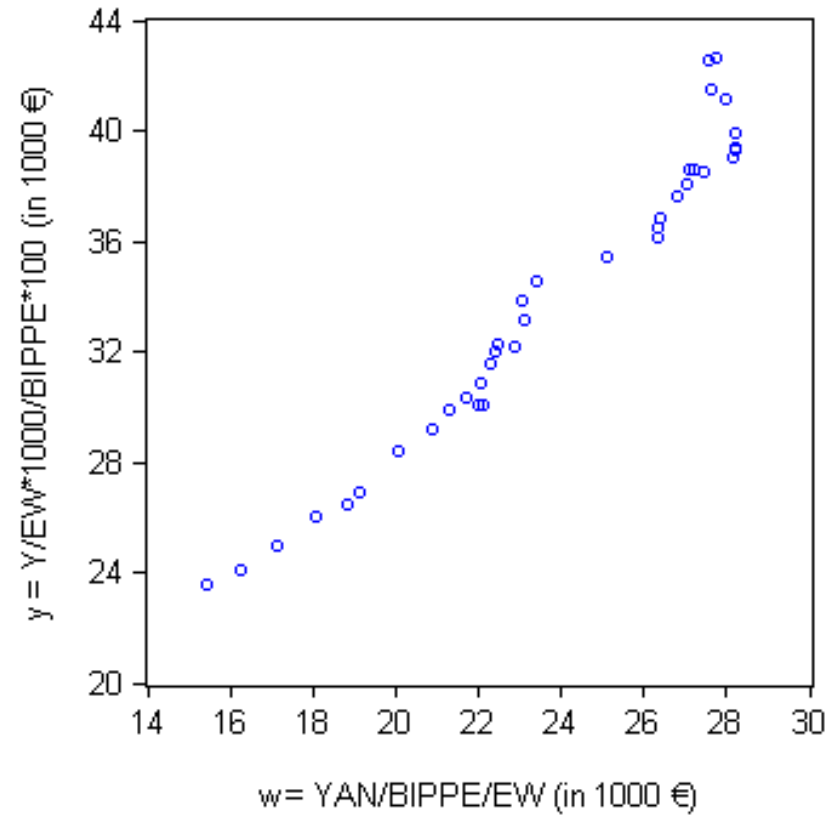
BILD 10: Lohnsatz und Kapitalintensität



- BILD 11

# Produktivität und Reallohnsatz

BILD 12: Output und Lohnsatz



- BILD 12

# Erwartungen und Beobachtungen

Bezeichnung	Eigenschaften	x-y-Diagramm	Theorie	BILD	Empirie	BILD
Clark-Ramsey	$y' > 0; y'' < 0$	y; k	Parabel	1, 2	Gerade (?)	7
	$dr/dk = y'' < 0$	k; r	inv. Zus.	3	inv. Zus.	8
	$dy/dr = y'/y'' < 0$	y; r	inv. Zus.	4	inv. Zus.	9
	$dw/dk = -ky'' > 0$	w; k	Parabel	--	Parabel	10
	$dw/dr = -k$	w; r	inv. Zus..	5	inv. Zus.	11
	$dy/dw = 1/(1-a)$	y;w	lin. Zus.	--	lin. Zus.(?)	12

# Status der Theorie

- Es gibt eine Konsequenz, die ziemlich eindeutig widerlegt ist, und das ist der parabelförmige Verlauf der Produktion: Eine lineare Beziehung würde besser dazu passen!
- Die falsifizierende Hypothese wäre also eine lineare Produktionsfunktion.



# Kritik von Nelson und Winter 1982

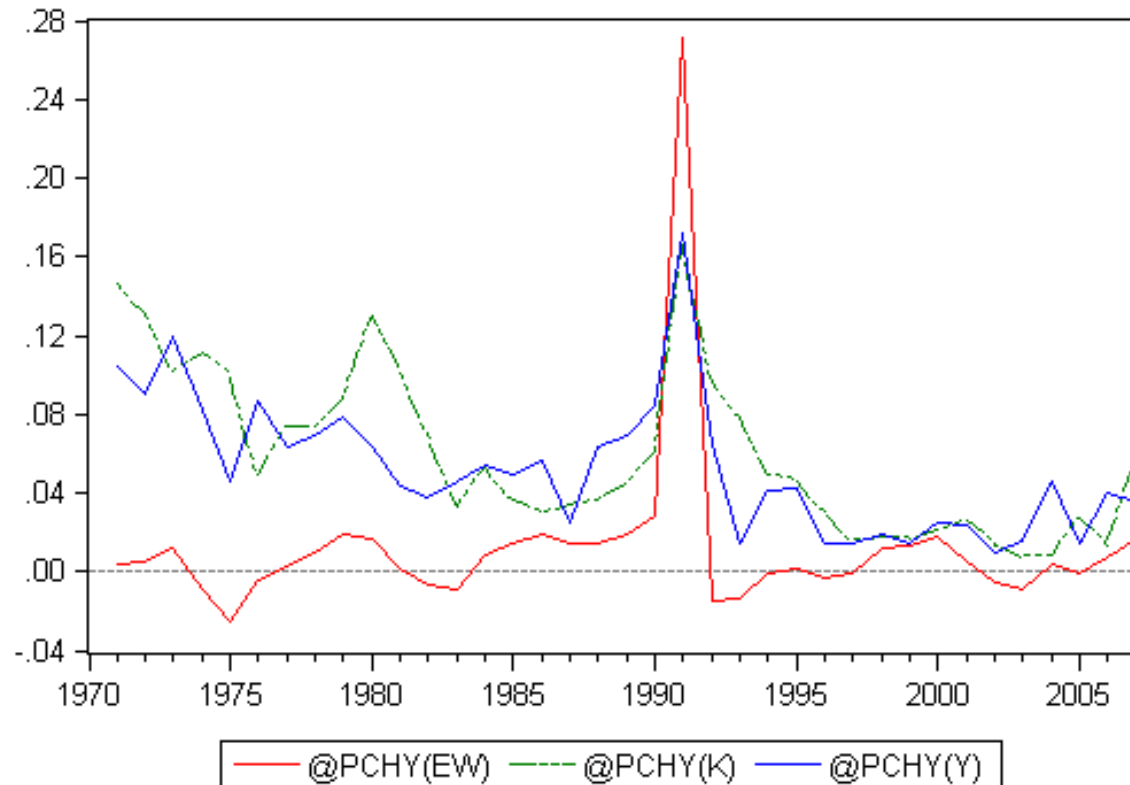
- „Output (gross national product) has been growing at roughly the same rate as capital [BILD 7] and at a faster rate than labor [BILD 13]; hence, the capital-output ratio has been constant [BILD 14] and output per worker and the capital-labor ratio have risen in the same proportion [BILD 7]. Factor shares have remained constant [BILD 15]; thus the rate of return on capital has been constant and the wage rate has risen [BILD 16]. These ‚facts‘ very roughly characterize the Western economic experience that the growth accounting exercises seek to explain.”

# Nelson und Winter 1982

- “These facts are inconsistent with an explanation that interprets growth solely in terms of movement along a neoclassical production function. The rise in output per worker would have been less than the rise in the capital-labor ratio, whereas in fact worker productivity has grown at the same rate as capital intensity... Thus, the production function must have shifted.” (199)
- „...it is not merely that movements along preexisting production functions explain little of experienced growth . It is that the idea of movements along the production function into previously unexperienced regions – the conceptual core of the neoclassical explanation of growth – must be rejected as a theoretical concept.” (201)

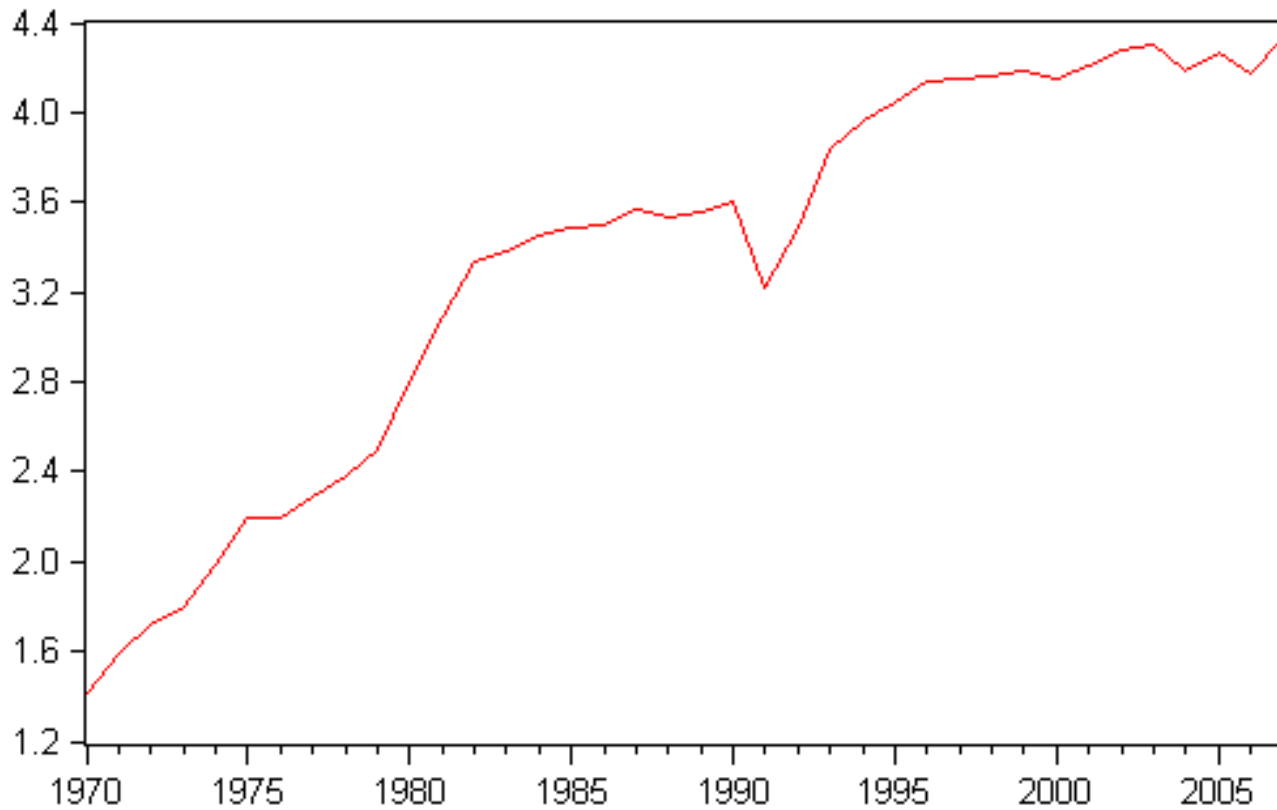
# BILD 13

BILD 13: Veränderungsrate für Beschäftigung, Kapital und Volkseinkommen



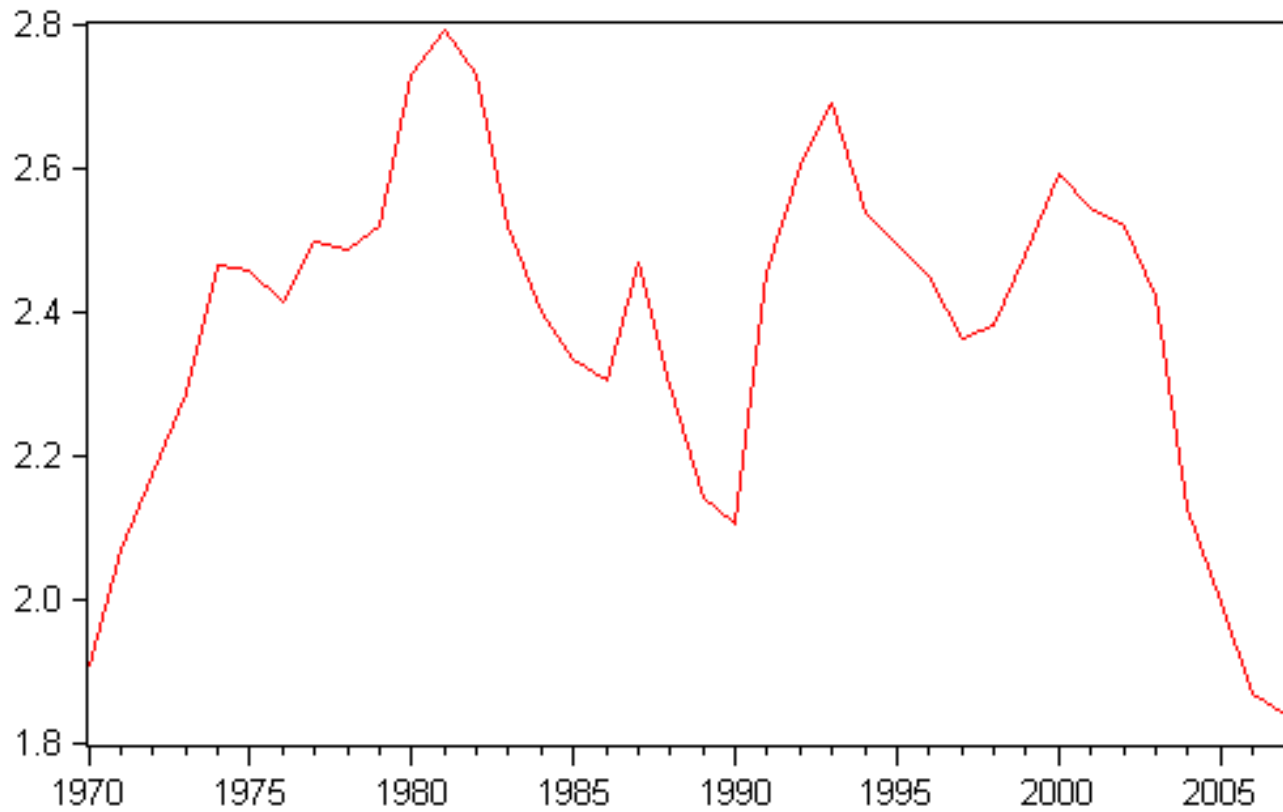
# BILD 14

BILD 14: Capital-Output-Ratio:  $k/y$



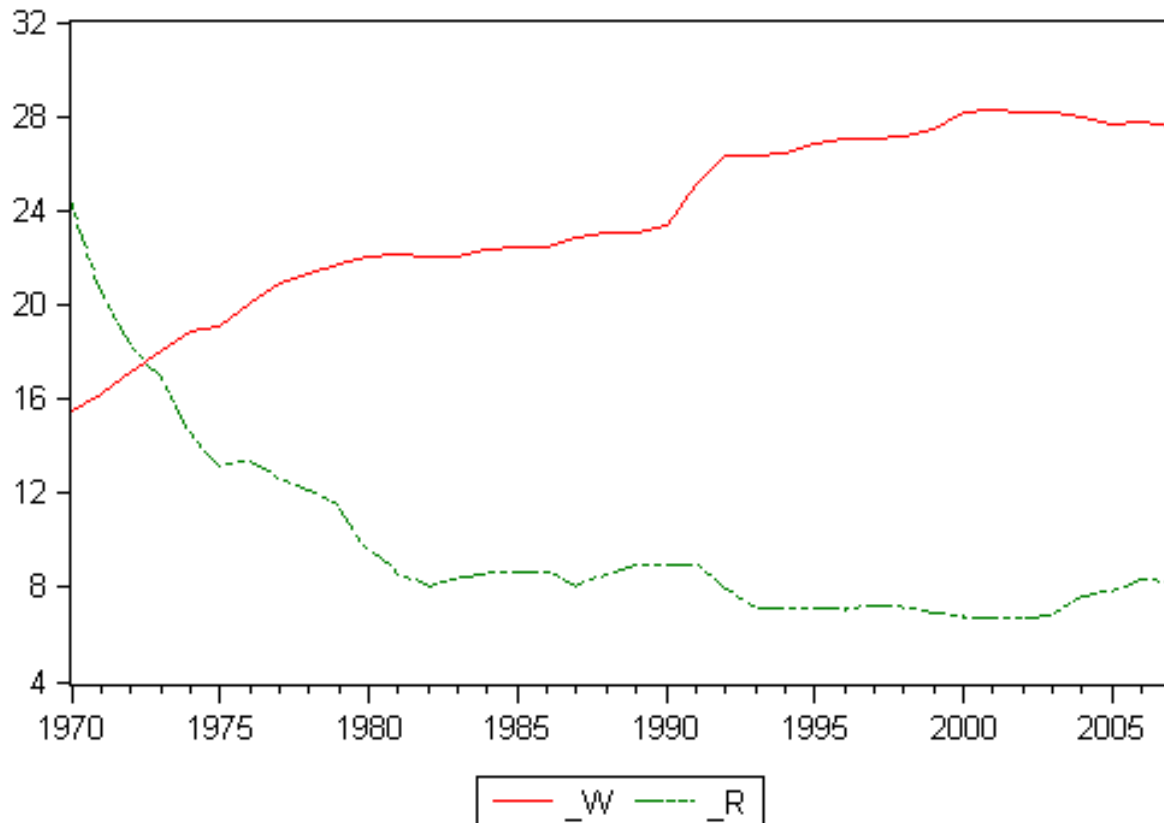
# BILD 15

BILD 15: Factor Shares: YAN/YUV



# BILD 16

BILD 16: Lohnsatz und Profitrate



# Solows Modifikation der Theorie

- Solow argumentiert (316), dass der technische Fortschritt nur durch die Erneuerung des Kapitalstocks, durch modernere Maschinen, Geräte und Technologien, Platz greifen kann.
- Die neoklassische Produktionsfunktion setzt aber eine konstante Technologie voraus.
- Folglich müssen die PF durch den technischen Fortschritt ergänzt werden.

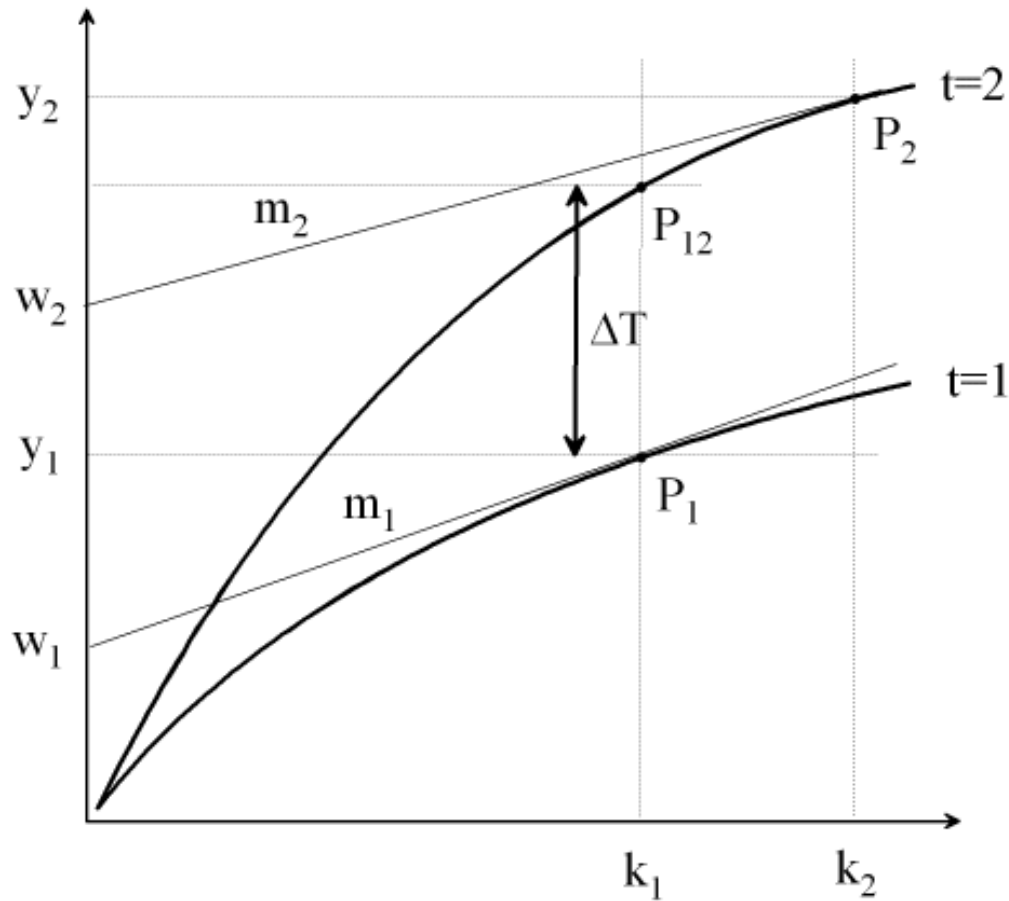
# Grafische Darstellung

- Beobachtbar sind
  - der Pro-Kopf-Output
  - das Kapital pro Kopf
  - bei jährlichen Daten wird jedem Jahr ein Datenpunkt im  $y$ - $k$ -Diagramm zugeordnet
  - die Datenpunkte erzeugen eine (nahezu linear) wachsende Punktwolke, die sowohl durch die PF (Änderung der Kapitalintensität) als auch durch den technischen Fortschritt erklärt werden muss.



# Solows Rekonstruktion der PF

α



α

# Solows Rekonstruktion der PF

- Aus den beobachteten Daten lässt sich sowohl
  - das Wachstum, das durch den technischen Fortschritt verursacht wird,
  - als auch das Wachstum, das durch die PF verursacht wird,
- separieren und bestimmen, und zwar nach der Formel:

$$\frac{\dot{T}}{T} = \frac{\dot{y}}{y} - w_K \frac{\dot{k}}{k}$$

# Bestimmung des technischen Fortschritts

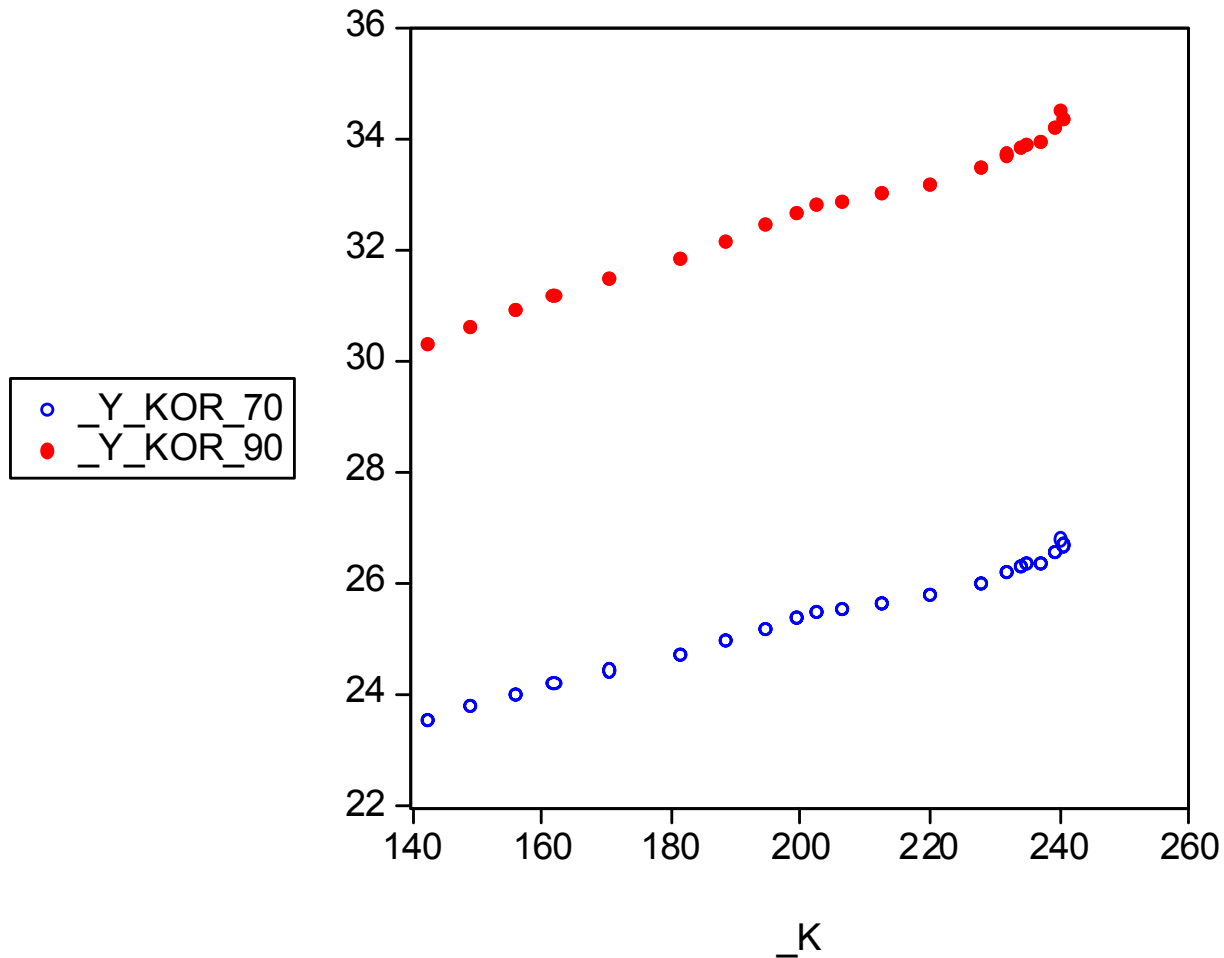
Jahr	Kapitalstock in Preisen von 2000	Anteil des Kapitaleinkommens <sup>a</sup>	Volkseinkommen je Erwerbstätigen	Kapitalintensität	$\Delta T/T^+$	$T(t)$
1970	3798.450	0.216697	23.57410	142.2907	NA	1.000000
1971	3999.130	0.204456	24.07755	149.1600	0.011485	1.011485
1972	4206.990	0.196784	24.98510	156.0804	0.028563	1.040048
1973	4415.120	0.188871	26.01166	161.8980	0.034047	1.074095
1974	4607.350	0.174220	26.48871	170.5668	0.009011	1.083107
1975	4778.870	0.176817	26.89842	181.4715	0.004163	1.087270
1976	4945.830	0.186718	28.40700	188.5778	0.048772	1.136042
1977	5117.260	0.183603	29.22637	194.6911	0.022892	1.158934
1978	5293.760	0.187864	29.88509	199.4409	0.017955	1.176889
1979	5478.410	0.189327	30.32773	202.5365	0.011873	1.188762
1980	5669.340	0.173350	30.07654	206.1953	-0.011414	1.177348
1981	5851.920	0.169699	30.06641	212.5575	-0.005573	1.171775
1982	6016.030	0.171777	30.05715	220.1423	0.006545	1.165231

# Solows Rekonstruktion der PF

- Aus den berechneten Daten lässt sich nun auch die Produktionsfunktion rekonstruieren, die durch den technischen Fortschritt Jahr für Jahr verschoben wird.
- Die folgende Abbildung zeigt die PF für die alte Bundesrepublik, und zwar für 1970 und 1970

# BILD 18:

## „Wahre“ PF 1970 und 1990



# Bewertung

- BILD 18 zeigt nur ansatzweise die erwartete konkave Kurve.
- Dabei möge man bedenken, dass wir nur einen kleinen Ausschnitt aus der Produktionsfunktion sehen, und zwar „weit draußen“, d.h. bei hohen Werten, bei denen die Funktion fast linear verläuft.
- Eine Abweichung vom erwarteten Kurvenverlauf stellt die konvexe Delle auf der rechten Seite der Kurve dar.

# Wissenschaftstheoretische Interpretation

- Im Sinne des Transzendenten Realismus stellt die rekonstruierte PF ein „*normic statement*“ dar, das eine Tendenz auf der Ebene des Realen widerspiegelt, die durch den technischen Fortschritt – eine andere Tendenz – überlagert wird.
- Die Widerlegung der neoklassischen PF ist dadurch erst einmal umgangen oder aufgeschoben worden.

# Wissenschaftstheoretische Interpretation

- Ein Abgleiten in die Metaphysik / Spekulation wird verhindert, indem nach Wegen gesucht wird, den gesamten Hypothesenkomplex (die modifizierte PF) empirisch zu überprüfen.
- Mit Hilfe der rekonstruierten PF kann man zum Beispiel die entsprechenden Lohnraten berechnen – bzw. Bereiche, in denen sie liegen müssten, wenn die Theorie „stimmt“.



# Überprüfung der rekonstruierten PF

Lohnsatz am Anfang einer Periode, erwarteter Lohnsatz, Lohnsatz am Ende einer Periode				
Von	bis	w_anf	w_erw	w_end
1970	1971	18.47	18.56	19.2
1971	1972	19.15	18.89	20.1
1972	1973	20.07	19.54	21.1
1973	1974	21.10	20.30	21.9
1974	1975	21.87	20.64	22.1
1975	1976	22.14	20.88	23.1
1976	1977	23.10	21.93	23.9
1977	1978	23.86	22.47	24.3
1978	1979	24.27	22.88	24.6
1979	1980	24.59	23.17	24.9
1980	1981	24.86	23.04	25.0
1981	1982	24.96	23.05	24.8
1982	1983	24.80	23.05	24.9
1983	1984	24.89	23.52	25.1
1984	1985	25.11	23.99	25.2
1985	1986	25.18	24.24	25.2
1986	1987	25.22	24.38	25.6
1987	1988	25.61	24.33	25.8
1988	1989	25.82	24.95	25.7

# Überprüfung der rekonstruierten PF

1992	1993	29.06	25.85	29.2
1993	1994	29.16	25.71	29.3
1994	1995	29.32	26.10	29.8
1995	1996	29.80	26.55	30.0
1996	1997	30.03	26.83	30.2
1997	1998	30.17	27.08	30.3
1998	1999	30.29	27.12	30.5
1999	2000	30.52	27.07	31.3
2000	2001	31.32	27.38	31.4
2001	2002	31.43	27.58	31.4
2002	2003	31.42	27.65	31.5
2003	2004	31.54	27.90	31.4
2004	2005	31.37	28.55	31.1
2005	2006	31.12	28.73	31.3

# Nochmals:

## Der wissenschaftstheoretische Status

- Auf der Grundlage der obigen Resultate müsste die neoklassische Produktionsfunktion (gemeint ist die Cobb-Douglas-PF) als widerlegt betrachtet werden.
- Warum wird sie dennoch in der Ökonomik verwendet?
- Beispiel: Mittelfristprognose der Projektgruppe „Gemeinschaftsdiagnose“

# Mittelfristprojektionen der Projektgruppe

## Gemeinschaftsdiagnose

- (Quelle: Folgen der US-Immobilienkrise belasten Konjunktur. Gemeinschaftsdiagnose Frühjahr 2008, S.57-62)
- Zeitspanne: 5 Jahre
- Unterschied zur Kurzfrist-Prognose: Angebotsseite steht im Mittelpunkt
- Basiert auf dem Produktionspotential
- Es wird angenommen, dass am Ende des Projektionszeitraumes Potential = Produktion
- Zuwachsrates = Potentialwachstum + Produktionslücke am Anfang der Projektion
- Produktionsfunktion: Arbeitseinsatz, Kapitalstock, technischer Fortschritt
- technischer Fortschritt: Produktivitätsentwicklung

# Die der neoklassischen PF entsprechende Regression...

Dependent Variable: @LOG(Y/BIPPE*100)				
Method: Least Squares				
Date: 10/23/09 Time: 11:00				
Sample: 1970 2007				
Included observations: 38				
@LOG(Y/BIPPE*100) = C(1) + C(2)*@LOG(EW) + C(3)*@LOG(K) + C(4)				
*JAHR				
	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C(1)	-18.15867	2.587158	-7.018772	0.0000
C(2)	0.955992	0.047521	20.11745	0.0000
C(3)	0.151968	0.023515	6.462604	0.0000
C(4)	0.007029	0.001482	4.743261	0.0000
R-squared	0.996772	Mean dependent var	6.968234	
Adjusted R-squared	0.996487	S.D. dependent var	0.329237	
S.E. of regression	0.019513	Akaike info criterion	-4.936191	
Sum squared resid	0.012945	Schwarz criterion	-4.763813	
Log likelihood	97.78763	Hannan-Quinn criter.	-4.874860	
F-statistic	3499.896	Durbin-Watson stat	0.587107	
Prob(F-statistic)	0.000000			

# Zum dritten Mal:

## Wissenschaftstheoretischer Status

- Wendet man die Wissenschaftsauffassung von Thomas S. Kuhn auf die neoklassische Produktionsfunktion an, kommt man zu folgender Einschätzung:
- Es handelt sich um ein fest im neoklassischen Paradigma verankertes Modell, dessen Anpassung an die Daten an sich schon sehr gut ist und – wenn es gewünscht wird – durch flexible Gestaltung weiter verbessert werden kann.
- Eine Alternative steht zwar zur Verfügung (→ Nelson Winter), ist aber bei weitem nicht so leistungsfähig.